

© International Baccalaureate Organization 2021

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2021

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2021

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

## Mathematik: Analyse und Ansätze Grundstufe 2. Klausur

Freitag, 7. Mai 2021 (Vormittag)

Prüfungsnummer des Kandidaten

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 Stunde 30 Minuten

### Hinweise für die Kandidaten

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur wird ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) benötigt.
- Abschnitt A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Abschnitt B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Antwortheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Antworthefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[80 Punkte]**.



Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Lösungen, die mit einem grafikfähigen Taschenrechner (GTR) berechnet werden, sollten von einem passenden Rechenweg begleitet werden. Wenn Sie zum Beispiel Graphen zum Finden einer Lösung verwenden, sollten Sie diese als Teil Ihrer Antwort skizzieren. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

### Teil A

Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

1. [Maximale Punktzahl: 6]

In einem Café hängt die Wartezeit zwischen der Bestellung und dem Erhalt einer Tasse Kaffee von der Anzahl der Kunden ab, die ihren Kaffee bereits vorher bestellt haben und noch darauf warten.

Die Stammkundin Sarah hat das Café an fünf aufeinander folgenden Tagen besucht. Die folgende Tabelle zeigt die Anzahl  $x$  der Kunden, die am jeweiligen Tag bereits vor Sarah bestellt hatten und noch auf ihren Kaffee warteten, sowie Sarahs Wartezeit  $y$  in Minuten.

<b>Anzahl der Kunden (<math>x</math>)</b>	3	9	11	10	5
<b>Sarahs Wartezeit (<math>y</math>)</b>	6	10	12	11	6

Die Beziehung zwischen  $x$  und  $y$  kann modelliert werden durch die Regressionsgerade von  $y$  auf  $x$  mit der Gleichung  $y = ax + b$ .

- (a) (i) Finden Sie die Werte von  $a$  und  $b$ . [3]
- (ii) Notieren Sie den Wert des Pearsonschen Produkt-Moment-Korrelationskoeffizienten  $r$ .
- (b) Interpretieren Sie in diesem Kontext den in Teil (a)(i) ermittelten Wert von  $a$ . [1]

An einem anderen Tag besucht Sarah erneut das Café und bestellt einen Kaffee. Sieben Kunden haben vor ihr einen Kaffee bestellt und warten noch darauf.

- (c) Verwenden Sie das Ergebnis aus Teil (a)(i) und schätzen Sie damit Sarahs Wartezeit, bis sie ihren Kaffee erhält. [2]





Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben  
werden, werden nicht bewertet.

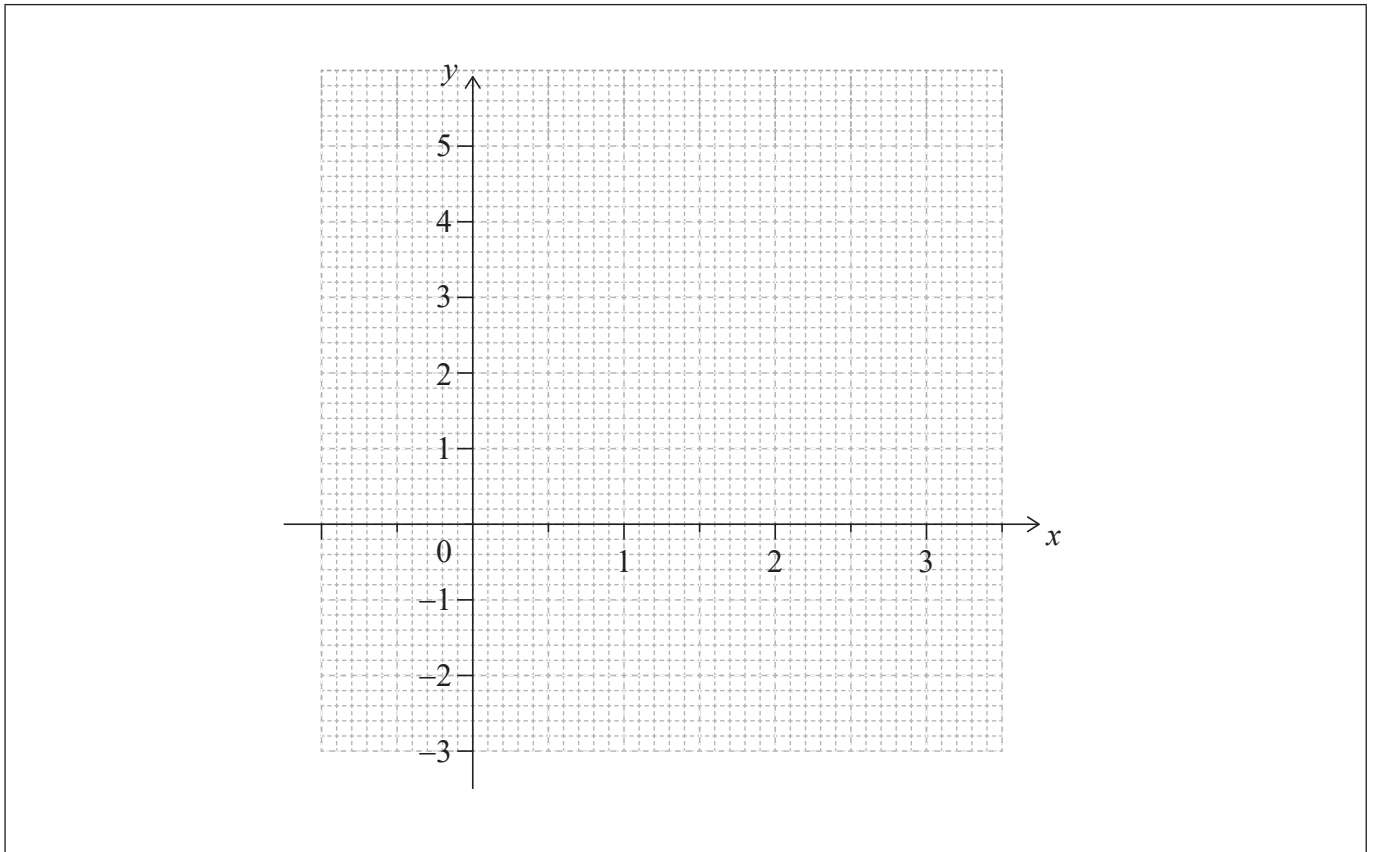


16EP04

2. [Maximale Punktzahl: 5]

Sei  $f(x) = 3x - 4^{0,15x^2}$  für  $0 \leq x \leq 3$ .

(a) Skizzieren Sie den Graphen von  $f$  im nachstehenden Koordinatensystem. [3]



(b) Finden Sie den Wert von  $x$ , für den gilt:  $f'(x) = 0$ . [2]

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



16EP05

Bitte umblättern











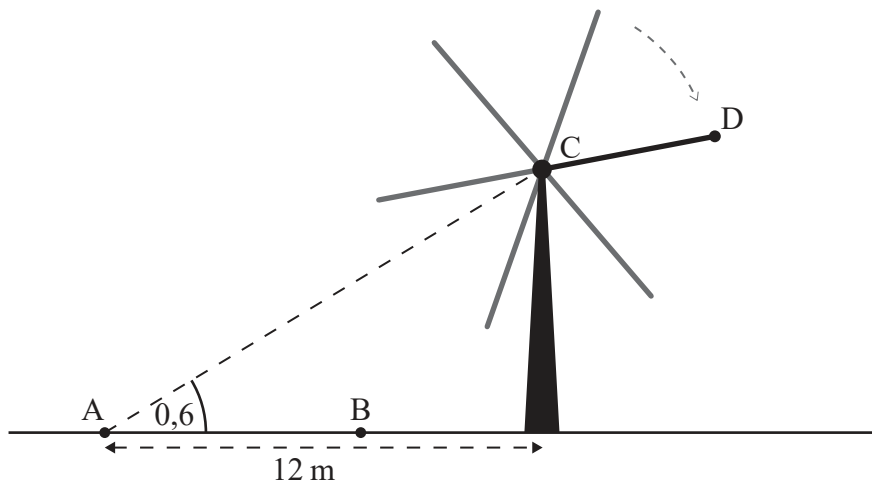
Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

### Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Antwortheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

7. [Maximale Punktzahl: 13]

Die sechs Rotorblätter einer Windmühle drehen sich um den Mittelpunkt C. Die Punkte A und B sowie der Fußpunkt der Windmühle befinden sich auf ebenem Boden, wie in der folgenden Abbildung dargestellt.



Von Punkt A aus betrachtet beträgt der Blickwinkel im Bogenmaß zum Punkt C  $0,6$ .

- (a) Der Punkt A sei 12 Meter vom Fußpunkt der Windmühle entfernt. Finden Sie die Höhe des Punkts C über dem Boden. [2]

Ein Beobachter geht 7 Meter von Punkt A nach Punkt B.

- (b) Finden Sie den Blickwinkel von Punkt B zu Punkt C. [2]

Der Beobachter geht weiter, bis er direkt unter Punkt C steht. Der Beobachter ist 1,80 groß, und bei Drehung der Rotorblätter der Windmühle bewegt sich der Endpunkt jedes Rotorblatts 2,5 Meter über seinem Kopf vorbei.

- (c) Finden Sie die Länge der Rotorblätter der Windmühle. [2]

**(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)**



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

**(Fortsetzung Frage 7)**

Eines der Rotorblätter ist in einer anderen Farbe lackiert als die anderen. Das Ende dieses Rotorblatts sei mit Punkt D gekennzeichnet. Die Höhe  $h$  des Punkts D über dem Boden (in Metern) kann durch die Funktion  $h(t) = p \cos\left(\frac{3\pi}{10}t\right) + q$  modelliert werden, mit  $t$  in Sekunden und  $p, q \in \mathbb{R}$ . Für  $t = 0$  befindet sich Punkt D an seiner maximalen Höhe.

(d) Finden Sie die Werte von  $p$  und  $q$ . [4]

Steht der Beobachter eine Minute lang direkt unter Punkt C, bewegt sich Punkt D  $n$  Mal über seinen Kopf hinweg.

(e) Finden Sie den Wert von  $n$ . [3]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

8. [Maximale Punktzahl: 15]

Die Flugzeiten  $T$  in Minuten zwischen zwei Städten können durch eine Normalverteilung mit einem Mittelwert von 75 Minuten und einer Standardabweichung von  $\sigma$  Minuten modelliert werden.

- (a) Angenommen, 2% der Flugzeiten seien länger als 82 Minuten. Finden Sie hieraus den Wert von  $\sigma$ . [3]
- (b) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Flug länger als 80 Minuten dauern wird. [2]
- (c) Angenommen, ein Flug zwischen den beiden Städten dauere länger als 80 Minuten. Finden Sie dann die Wahrscheinlichkeit, dass er weniger als 82 Minuten dauert. [4]

An einem bestimmten Tag sind 64 Flüge zwischen diesen beiden Städten geplant.

- (d) Finden Sie die zu erwartende Anzahl an Flügen, die länger als 80 Minuten dauern werden. [3]
- (e) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 6 der Flüge an diesem Tag länger als 80 Minuten dauern werden. [3]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

9. [Maximale Punktzahl: 15]

**Alle Antworten in dieser Aufgabe sind auf vier signifikante Stellen genau anzugeben.**

Bei einer örtlichen Wochenlotterie kostet jedes Los 2 \$.

In der ersten Woche der Lotterie gewinnt ein Spieler  $D$  \$ für jedes Los, gemäß der in folgender Tabelle dargestellten Wahrscheinlichkeitsverteilung. Beispielsweise beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler 10 \$ gewinnt, 0,03. Der Hauptgewinn in der ersten Woche der Lotterie beträgt 1000 \$.

$d$	0	2	10	50	Hauptgewinn
$P(D = d)$	0,85	$c$	0,03	0,002	0,0001

- (a) Finden Sie den Wert von  $c$ . [2]
- (b) Bestimmen Sie, ob diese Lotterie in der ersten Woche ein faires Spiel ist. Begründen Sie Ihre Antwort. [4]

Wenn in der ersten Woche niemand den Hauptgewinn erhält, bleiben die Wahrscheinlichkeiten gleich, aber der Wert des Hauptgewinns steigt in der zweiten Woche auf 2000 \$ und verdoppelt sich weiterhin jede Woche, bis ihn jemand gewinnt. Alle anderen Gewinnbeträge bleiben gleich.

- (c) Angenommen, der Hauptgewinn wird nicht ausgeschüttet und verdoppelt sich weiterhin. Schreiben Sie in Abhängigkeit von  $n$  einen Ausdruck für den Wert des Hauptgewinns in der  $n$ -ten Woche der Lotterie. [2]

Die  $w$ -te Woche ist die erste Woche, in welcher der Spieler voraussichtlich die Gewinnschwelle überschreitet. Ryan weiß, dass, wenn er in der  $w$ -ten Woche ein Lotterielos kauft, sein erwarteter Gewinn  $p$  \$ beträgt.

- (d) Finden Sie den Wert von  $p$ . [7]

Quellen:

© International Baccalaureate Organization 2021



16EP13

Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben  
werden, werden nicht bewertet.



16EP14

Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben  
werden, werden nicht bewertet.



16EP15



Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben  
werden, werden nicht bewertet.



16EP16